NOUVELLES ANNALES

DE

MATHÉMATIQUES.

JOURNAL DES CANDIDATS
AUX ÉCOLES POLYTECHNIQUE ET NORMALE,

RÉDIGÉ

PAR MM. GERONO,
PROFESSEUR DE MATHÉMATIQUES,

ET

PROUHET,
RÉPÉTITEUR A L'ÉCOLE IMPÉRIALE POLYTECHNIQUE.

DEUXIÈME SÉRIE.

TOME SIXIÈME.

PUBLICATION FONDÉE EN 1842 PAR MM. GERONO ET TERQUEM.

PARIS,
GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE
DU BUREAU DES LONGITUDES, DE L'ÉCOLE IMPÉRIALE POLYTECHNIQUE,
SUCCESSEUR DE MALLET-BACHELIER,
Quai des Augustins, n° 55.

1867.

RÉSOLUTION GRAPHIQUE

Des équations numériques de tous les degrés à une seule inconnue, et description d'un instrument inventé dans ce but;

Par M. E. LILL,
Capitaine du génie au service de l'Autriche.

Soit

$$ax^m + bx^{m-1} + cx^{m-2} + \ldots + gx + k = 0$$

une équation du degré m, dans laquelle les lettres a, b, c, etc., représentent des coefficients numériques.

D'un point O, pris arbitrairement, prenons, en allant vers la gauche par exemple, une longueur OA égale à a, et qui servira d'unité.

Perpendiculairement à OA, portons de A en B une longueur AB égale à b, en allant vers la gauche si b est de même signe que a, ou vers la droite s'il est de signe contraire. Perpendiculairement à AB, portons de B en C une longueur BC égale à c, en allant vers la gauche si c est de même signe que b, et vers la droite s'il est de signe contraire. Faisons la même construction pour tous les autres coefficients d, e, f,..., g, k, et nous arriverons enfin à un dernier point K, après avoir tracé un contour polygonal rectangulaire OABC...GK, dont les côtés sont en même nombre $m+1$ que les termes de l'équation proposée.

Cela fait, si l'on peut aller du point O au point K, en suivant un autre contour polygonal rectangulaire OA'B'C'...G', de m côtés seulement, dont les sommets consécutifs s'appuient respectivement en A', B', C', ... sur les côtés AB, BC, CD, ... du contour primitif, le nombre qui exprime la longueur AA′ *est une racine de l'équation*.

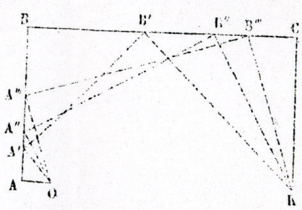
Autant de fois différentes on pourra cheminer ainsi de O vers K, en passant par des points A′, A″, A‴, ..., situés sur le côté AB, autant on obtiendra de racines réelles de l'équation, et ces racines seront les longueurs AA′, AA″, AA‴, ..., exprimées en nombres.

Quant aux signes de ces racines, ils seront positifs, si les points A′, A″, A‴, ... tombent à droite de OA (en allant de O vers A), et ils seront négatifs si ces points se trouvent à gauche de OA.

Pour rendre ceci plus clair encore par un exemple, soit

$$x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$$

l'équation donnée. On fera, conformément à ce qui vient d'être expliqué, la construction du contour polygonal rectangulaire de quatre côtés OABCK. Cela fait, on peut aller du point O au point K en suivant les trois contours



rectangulaires (de trois côtés chacun) OA′B′K, OA″B″K, OA‴B‴K. Les trois lignes AA′, AA″, AA‴ représentent les trois racines de l'équation, et comme ces lignes sont, respectivement, égale à OA, double de OA, triple de OA, et situées à droite de OA, ces racines sont $+1$, $+2$ et $+3$.

Les jeunes lecteurs des *Nouvelles Annales* pourront, à titre d'exercice, chercher la démonstration de cette règle, ainsi que les cas particuliers qui s'y rattachent et diverses conséquences intéressantes qu'elle comporte. Nous nous bornerons ici à faire connaître un instrument très-simple, imaginé par M. le Capitaine Lill pour effectuer promptement cette construction dont il est l'auteur.

Un cercle, gradué dans le sens opposé au mouvement des aiguilles d'une montre et sur la surface duquel sont, en outre, tracés deux systèmes rectangulaires de cordes parallèles espacées de 1 millimètre, pivote autour de son centre, au-dessus d'une planchette fixe munie d'un repère et d'un vernier, et au-dessous d'une glace mate et transparente, sur laquelle on peut marquer des traits au crayon.

Pour résoudre une équation donnée, on commence par établir la coïncidence entre le zéro du limbe et celui du vernier. Le rayon OY, qui sert de direction à l'une des séries de cordes parallèles, passe alors par ce point, tandis que l'autre rayon OX se dirige sur le point 270 degrés de la graduation du limbe.

On marque, sur la glace mate, les points A, B, C, ..., G, K, de la manière qui a été expliquée plus haut, et, grâce aux lignes parallèles équidistantes, cette opération se fait très-rapidement. On trace ensuite, avec un crayon fin, le contour OABC...GK.

Alors on desserre la vis de pression et on fait tourner le cercle gradué mobile, jusqu'à ce qu'on soit parvenu à une position telle, qu'un contour polygonal rectangulaire, dont les sommets s'appuient consécutivement sur les lignes AB, BC, CD, ..., vienne aboutir au point K, et l'on obtient, pour chaque contour de ce genre, une longueur AA' qui représente une des racines de l'équation.

Cette recherche exige quelques tâtonnements. Mais les essais sont rendus faciles et prompts par le *quadrillage* régulier du cercle mobile.

La graduation du cercle, dont le vernier permet d'évaluer les tiers de degré, sert à trouver chaque racine avec plus d'exactitude. En effet, chacune des longueurs, telles que AA′, n'est autre chose que la tangente trigonométrique de l'angle dont on a dû faire tourner le cercle mobile pour amener l'axe OX, primitivement dirigé suivant OA, sur la nouvelle position OA′ qu'il occupe quand le contour rectangulaire OA′B′K passe par le point K. On peut donc se servir des *Tables* pour obtenir la longueur de cette tangente avec plus de précision que ne le comporte la simple lecture du quadrillage.

Nous n'entrerons pas ici dans plus de détails sur cet ingénieux instrument, qui se trouve dans la partie autrichienne (section militaire) de l'Exposition universelle. M. le Capitaine Lill se propose de publier lui-même ultérieurement une description plus étendue, et alors il entrera, au sujet du procédé lui-même, dans des explications que ne comportaient pas les bornes de la présente Notice.

UN ABONNÉ.